Boek 2, hoofdstuk 7, allerlei formules..

5.1 Evenredig en omgekeerd evenredig.

1a. y wordt in beide gevallen 4 keer zo klein, je noemt dat omgekeerd evenredig.
b. bv Er zijn x schoonmakers met een vast uurloon.
Een bedrijf neemt vier keer zo veel schoonmakers in dienst.
Wat gebeurt er met de loonkosten?
Deze situatie noem je evenredig.

2a. d. evenredig **b. c.** omgekeerd evenredig
e. raar voorbeeld

3a. De standaardformule is $q * p = \text{getal}$ (omgekeerd evenredig)
Dus invullen $6500 * 12.50 = 81250$
Formule van q van maken : $q = \frac{81250}{p}$

b. $q = \frac{81250}{15} = 5416{,}7$ dus verkoop van 5417 pennen.

c. $5800 = \frac{81250}{p}$ dus $p = \frac{81250}{5800} = 14{,}00$ euro

4a. De standaardformule is $W = a * S$ (recht evenredig)
Dus invullen $5{,}6 = a * 50 \Leftrightarrow a = \frac{5.6}{50} = 0.112$
Formule van W van maken : $W = 0.112 * S$
b. $W = 0.112 * 80 = 8{,}96$ cm

5a. De standaardformule is $T * d = \text{getal}$ (omgekeerd evenredig)
Dus invullen $1.6 * 2500 = 4000$
Formule van T van maken : $T = \frac{4000}{d}$

b. $T = \frac{4000}{4835} = 0.83$ graden

c. $1.4 = \frac{4000}{d} \Leftrightarrow d = \frac{4000}{1.4} = 2857$ meter

6a. De standaardformule is $p * t = \text{getal}$ (omgekeerd evenredig)
Dus invullen $38 * 3 = 114$
Formule van p van maken : $p = \frac{114}{t}$

b. $p = \frac{114}{5.5} = 20.7\%$ **c.** 5% over, dus $5 = \frac{114}{t} \Leftrightarrow t = \frac{114}{5} = 22.8$ jaar

7a. De standaardformule is $H * R = \text{getal}$ (omgek. evenredig, snelheid 30km/uur)
Dus invullen $25.5 * 15 = 382.5$

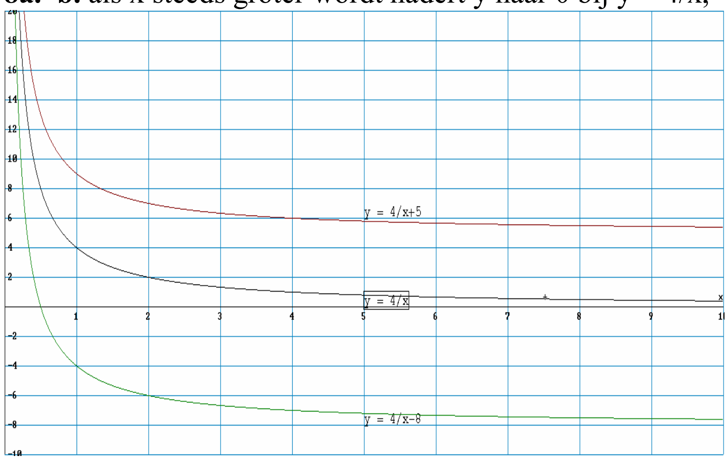
Formule van H van maken : $H = \frac{392.5}{R}$ met R in meter en H in graden

b. $H = \frac{392.5}{12.5} = 30.6$ graden **c.** $23.2 = \frac{392.5}{R} \Leftrightarrow R = \frac{392.5}{23.2} = 16{,}49$ meter

d. $H^* = 90 - H \Leftrightarrow H^* = 90 - \frac{392.5}{R}$

5.2 Formules van de vorm $y = \frac{a}{x} + b$

8a. b. als x steeds groter wordt nadert y naar 0 bij y = 4/x,



c. naar **5** bij y = 4/x + **5**
naar **-8** bij y = 4/x **- 8**

e. y = 4/x verandert in
y = 4/x + **5**
door er 5 bij te doen
y = 4/x verandert in
y = 4/x - 8
door er 8 af te doen

9a. horizontale asymptoot: y = 7, verticale asymptoot x = 0
b. horizontale asymptoot: y = 1.8, verticale asymptoot x = 0
c. horizontale asymptoot: y = 400, verticale asymptoot x = 0
d. horizontale asymptoot: y = 6, verticale asymptoot x = 0

10 a. horizontale asymptoot: y = 20, verticale asymptoot x = 0
b. los op A = 24, en kijk naar je grafiek waar A kleiner is dan 24

dit kan algebraïsch : $24 = \frac{150}{s} + 20 \Leftrightarrow 4 = \frac{150}{s} \Leftrightarrow s = \frac{150}{4} \Leftrightarrow s = 37.5$

dus als s > 37.5, dan is A < 24

11a. Het volgt uit de formule: als q groter wordt, dan neemt 4000: q af
Het volgt uit de praktijk, als je met dezelfde machines/ arbeidskracht meer producten maakt, zijn de kosten per product minder
b. horizontale asymptoot: y = 30
dit zijn de minimale kosten als de productie per dag heel groot wordt.
c. los op K = 45, en kijk naar je grafiek waar K kleiner is dan 45

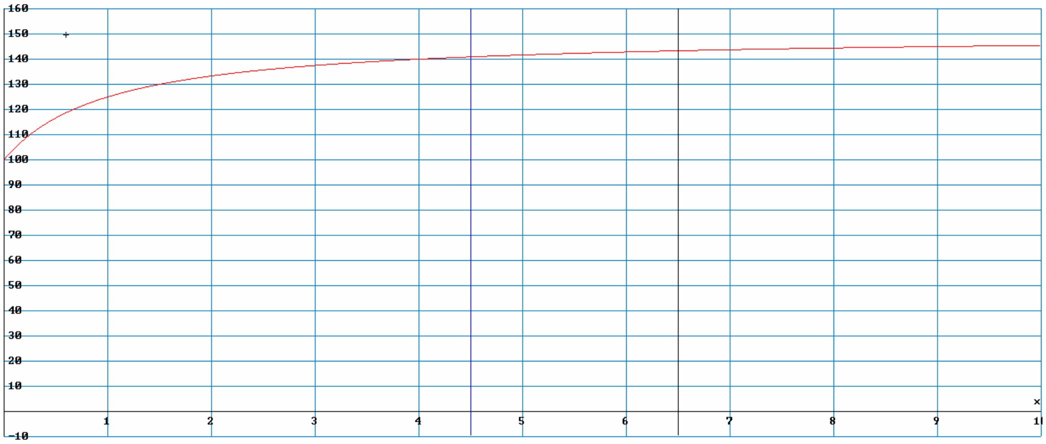
dit kan algebraïsch : $45 = \frac{4000}{q} + 30 \Leftrightarrow 15 = \frac{4000}{q} \Leftrightarrow q = \frac{4000}{15} \Leftrightarrow q = 267$

dus als q > 267 per dag, dan is K < 45 euro
d. In de praktijk waarschijnlijk niet, want dan moeten er meer dan 8000 producten per daggemaakt worden $30{,}50 = \frac{4000}{q} + 30 \Leftrightarrow 0{,}50 = \frac{4000}{q} \Leftrightarrow q = \frac{4000}{0.5} \Leftrightarrow q = 8000$

12a. Let op, in deze opgave geldt : L = x en f = y
horizontale asymptoot: f = 0, praktische betekenis,
wanneer de vleugellengte heel groot wordt, nadert het aantal vleugelslagen tot 0. In werkelijkheid worden vleugels niet veel meer dan 2 meter = 2000 mm lang, dus in werkelijkheid bestaan er vogels die niet meer dan 0.02 keer per seconde met hun vleugels hoeven te bewegen. (Door een gunstig gebruik van thermiek)
b. De verticale asymptoot L = 0 praktische betekenis,
Het gaat om dieren met een vleugellengte die nadert naar 0, dat zijn dus kleine insectjes, bv een insect met vleugellengte 1 mm laat die vleugeltjes 120 keer per seconde bewegen.
c. 20< L < 50 dus 2.4 <f < 6 Deze f heeft alleen met 'normaal' vliegen te maken, niet met kunstjes, zoals 'stilstaan' in de lucht en achteruit vliegen.
d. $f = \frac{120}{L}$; 10< f< 40 ; bereken eerst f = 10, en dan f = 40, L ligt dan in het gebied daartussen
10 = $\frac{120}{L} \Leftrightarrow L = \frac{120}{10} \Leftrightarrow L = 12$ **40 =** $\frac{120}{L} \Leftrightarrow L = \frac{120}{40} \Leftrightarrow L = 3$
Dus de vleugellengten van wespen variëren van 3 tot 12 mm.

13a. P neemt af als de lichaamsgrootte toeneemt
(er zijn altijd veel meer kleine diertjes, dan grote)
b. H neemt toe als de lichaamsgrootte toeneemt
(een groot dier eet meer voedsel dan een klein dier)
c. H = 90 : 500 = 0.18 De dieren hebben 0.18 kg per dier nodig,dus 180 gram voedsel per dag
d. H = 0.5 (H in kg per dag) dus P = 90 : 0.5 = 180 dieren per km^2
e. In deze opgave geldt : P = x en H= y
horizontale asymptoot: P = 0, praktische betekenis,
wanneer de voedselbehoefte heel groot wordt, nadert het aantal dieren tot 0 per km^2
Dit zijn de grote 'grazers'.
De verticale asymptoot H = 0 praktische betekenis,
Het gaat om dieren met een voedselbehoefte die nadert naar 0, dat zijn dus kleine diertjes, bv insecten en bodemorganismen waarvan er heel veel per km^2 voorkomen.
f. Het park is 100 km^2 , er zijn 1200 zwijnen, dus P = 12 zwijnen per km^2
H = 90 : 12 = 7.5 kp voedsel per dag per zwijn.
Dat is $7.5 * 7 * 1200 = 63000$ kg per week voor de hele zwijnenpopulatie.
g. P = 20 maar H = 5
De populatiedruk P bij H = 5 is: P = 90 : 5 = 18
dat betekent dat er voor 18 herten per km^2 te eten is
Er zijn 20 herten per km^2 , dus er moet voor 2 herten per km^2 worden bijgevoerd dat is 10 kg
Het park is 100 km^2 Voor het totale park moet 1000 kg per dag worden bijgevoerd.

14a. niet bespuiten betekent : x = 0 , dan is P = 150 -50 = 100 kg per boom.
b. De opbrengst per boom neemt natuurlijk toe (anders zou er niet gespoten worden)
In de formule zie je dat 150 : (1 + x) afneemt, als x toeneemt, waardoor de P groter wordt.
c. Neem x =[0, 10] (dat staat in de tekst, en gebruik zoom fit y = [0, 160], yscl = 10
Kies een aantal punten om te tekenen, zoek die uit met je tabel, of met de optie value
Schrijf de waardes van die punten op.
Vergeet niet om langs de assen te zetten waar de grafiek over gaat.
d. Opbrengst wordt groter, van 141,3 kg per boom naar 143,3 kg per boom, dus dat is een procentuele toename van $2 : 141{,}3 * 100 = 1{,}4\%$
(dat heeft dus weinig zin, want bestrijdingsmiddel is best wel duur)



15a. afnemend stijgen.

b. $1130 = 1200 - \frac{800}{1+2t} \Leftrightarrow -70 = -\frac{800}{1+2t} \Leftrightarrow 70 = \frac{800}{1+2t} \Leftrightarrow 1 + 2t = \frac{800}{70} \Leftrightarrow 1 + 2t = 11.4$

$\Leftrightarrow 2t = 10.4 \Leftrightarrow t = 5.2$ Dat is dus op de 5^{de} dag.

c. Voer de formule in op de GR, denk aan haakjes, y1 = 1200 – 800/(1+2x)
bereken Y1(5)- Y1(4) = 16.16 er zijn dus 16 insecten bijgekomen

d. Plot de grafiek, neem x = [0, 100], gebruik zoom fit, y = [500, 1250] met y scl = 50 of 100
gebruik Y2 = 1190 en Y3 = 1195, y window = [1180, 1210], scl = 2
dan intersect, bij y = 1190 geldt t = 39,5 dagen, bij y = 1195 geldt t = 79,5 dagen
Die 5 insecten erbij duurt dus 40 dagen.

e. idem d., maar nu **Y2 = 1100 en Y3 = 1105, y window = [1095, 1110], scl = 1**
x window =[0, 10] intersect, bij y = 1100 geldt t = 3,5 dag, bij y = 1195 geldt t = 3,7 dag
Deze toename vindt dus plaats op de derde dag., duurt 0.2 dag = 0.2 ∗ 24 = 4.8 uur

16a. Voer de formule in op de GR, Y1 = 27.5 + 15/x met x per $1000m^2$
Het gaat om $2000m^2$, dus x = 2 kies Y1(2) = 35 euro per m^2, per jaar,
Ze moeten 2000 ∗ 35 = 70000 per jaar betalen.

b. 3 ∗ 20 ∗ 40 =2400 m^2 , x = 2.4 bereken Y1(2.4) = 33.75 euro per m^2, per jaar,
Ze moeten 2400 ∗ 33.75 = 81000 per jaar betalen.

c. De kosten per m^2 dalen, als je een groter oppervlakte laat schoonmaken,
de totale kosten stijgen, omdat je meer meters laat schoonmaken.

d. plot de grafiek, en de lijn Y2 = 29,5, x =[0,10], zoom fit geeft y = [0, 180], scl = 10
intersect x = 7.5 dus het oppervlakte is groter dan 75000 m^2

e. K* = 1000x ∗ (27.5 + 15/x)

17a. Voer de formule in op de GR, Y1 = 0.6x/(100 – x) (vergeet de haakjes niet)
K = 4 dus kies Y2 = 4 x = %, dus x =[0, 100], x scl = 10, zoomfit y =[0, 60] scl = 5
Intersect x = 86,96 % er komt dus 13% verontreiniging in het meer terecht

b. Bij de term 100 – x Delen door 0 kan niet, bij x = 100 zou je wel moeten delen door 0

c. Y1(50) –Y1(40) = 0.2 miljoen euro toename en Y1(40) = 0.4 miljoen euro

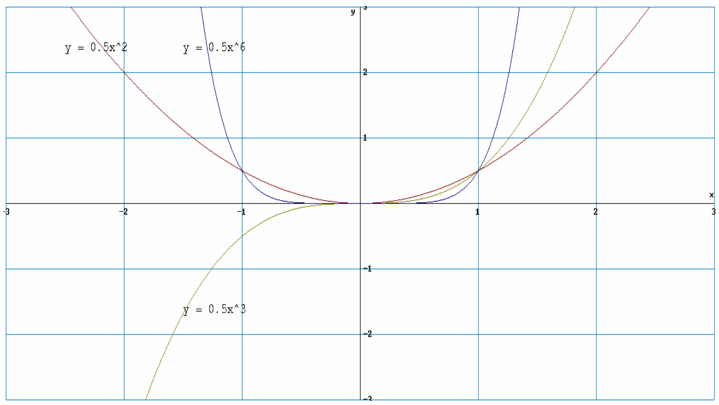
toename in % = $\frac{nieuw - oud}{oud} \times 100 = \frac{0.2}{0.4} \times 100$ = 50% toename van de kosten

d. $\dfrac{nieuw - oud}{oud} \times 100 = \dfrac{(Y1(99) - Y1(89))}{Y1(89)} \times 100 =$ 1123.5% toename in de kosten

dat is ongeveer een vertienvoudiging van de kosten

e. De laatste procenten verontreiniging verwijderen zijn veel duurder, dan de eerste % verontreiniging verwijderen.

532 Formules van d vorm $y = ax^n$



18a. zie plaatje

b. (0, 0) en (1, ½)

c. van x^2 en x^6

Dit soort grafieken van de vorm $y = ax^n$ noem je machtsfuncties. Als de macht even is zijn ze positief

19a. Voer in Y1= linkerdeel en Y2= rechterdeel , (maak passend met zoomfit), intersect.

a. x = 65.2 **b.** x =[0, 5] y =[0,1500] x = 1.69 **c.** x =[0, 5] y =[0,15] x = 0.22

d. x =[0, 2] y =[0,4] x = 0.61

20. zie voorbeeld in het boek, blz 88

$N = at^{1.18}$ N = 350 en t = 18 invullen

$350 = a * 18^{1.18} \Leftrightarrow 350 = a * 30.28 \Leftrightarrow a = 11.56$ (delen door 30.28)

$N = 11.56t^{1.18}$ daarop ligt punt (25, p) dus N = p en t = 25 invullen

$p = 11.56 * 25^{1.18} \Leftrightarrow p = 515.9$

21a. $P = 3x^n$ P = 57 en x = 18 invullen

$57 = 3 * 18^n \Leftrightarrow 19 = 18^n \Leftrightarrow n = 1.02$ (invoeren, en intersect)

b. $A = 17.3x^n$ A = 8 en x = 25 invullen

$8 = 17.3 * 25^n \Leftrightarrow 0.46 = 25^n \Leftrightarrow n = -0.24$(invoeren, en intersect)

22a. $y = ax^{-0.85}$ y = 3 en x = 8 invullen

$3 = a * 8^{-0.85} \Leftrightarrow 3 = a * 0.1706 \Leftrightarrow a = 17.6$(delen door0.1706)

b. $y = 18x^n$ y = 3 en x = 8 invullen

$3 = 18 * 8^n \Leftrightarrow 0.1667 = 8^n \Leftrightarrow n = -0.86$(invoeren, en intersect)

23a. b = 16000 en a = 80 invullen dan volgt q = 88472 stoelen

b. 88472 stoelen $* 1.10 = 97319$ stoelen

berekening: $\dfrac{97319}{(60 * 80^{0.45})} = b^{0.55} \Leftrightarrow 225.77^{(1/0.55)} = b = 19027$ euro.

Je kan ook de formule invoeren $Y1 = 60 * 80^{0.45} * b^{0.55}$ en Y2 = 97319 en dan intersect

Het kapitaal is toegenomen met : $\dfrac{nieuw - oud}{oud} \times 100 = \dfrac{3027}{16000} \times 100 = 18{,}9\%$

c. Kies bv b = 32000 en a = 160 , reken uit en je komt tot een productie van 176944 stoelen dat is de verdubbeling die je moet aantonen

24a. $0.0025 * 1.25^{-1} = 0.002$
b. $0.0025 * 40^{2.27} = 10.83$ formule wordt: $L = 10.83h^{-1}$
c. reken uit bij h = 0.9 en h = 1.7
h = 0.9 geeft L = 12.03 en h = 1.7 geeft L = 6.37
De lengte van het stopteken moet tussen 12 en 6.40 meter liggen
d. L voor de vrachtwagenchauffeur is : 9.88, dus dat zit wel goed.

25a. evenredig : $y = ax$ **b.** Evenredig :$y = ax^2$, omgekeerd evenredig : $y = \frac{a}{x^2}$

26a. standaardformule : $y = ax^2$ x = 6 en y = 12 invullen
$12 = a * 6^2 \Leftrightarrow 12 = 36a \Leftrightarrow a = 0.333$ Formule: $y = 0.33x^2$
b. standaardformule : $y = \frac{a}{x^2}$ x = 6 en y = 12 invullen
$12 = a : 6^2 \Leftrightarrow 12 * 36 = a \Leftrightarrow a = 432$
c. standaardformule : $y = \frac{a}{x^2}$ t = x = 0.3 en P = y = 10 invullen
$10 = a : 0.3^2 \Leftrightarrow 10 * 0.09 = a \Leftrightarrow a = 0.9$

27a. $W = am^{0.75}$ invullen: W = 6700 en m = 40
$6700 = a * 40^{0.75} \Leftrightarrow 6700 = a * 15.9 \Leftrightarrow a = 421.24$ (delen door $40^{0.75}$)
b. m = 2 , voer de formule in op je GR en Y1(2) = 708 kJ
c. plot met x =[0. 1000] en y = [0, 80000] , Y2 = 50000 en intersect De stier is 583 kg

28a. standaardformule : $y = ax^2$ v = x = 40 en A =y = 10 invullen
$10 = a * 40^2 \Leftrightarrow 10 = 1600a \Leftrightarrow a = 0.00625$ Formule: $A = 0.00625v^2$
b. $A = 0.00625 * 70^2 = 30.6$ meter
c. $A = 0.00625 * 140^2 = 122{,}5$ meter, de remweg verviervoudigd
d. $30 = 0.00625v^2 \Leftrightarrow v^2 = 480 \Leftrightarrow v = +$ of - $\sqrt{4800}$, dus v = 69,3 km/uur

29a. standaardformule : $y = \frac{a}{x^2}$ d =x = 4 en L =y = 50 invullen
$50 = a : 4^2 \Leftrightarrow 50 * 16 = a \Leftrightarrow a = 800$ $L = \frac{800}{d^2}$
b. $L = \frac{800}{2^2} = 200$ (dB?) **c.** $20 = \frac{800}{d^2}$ dus $d^2 = \frac{800}{20} = 40 \Rightarrow d = 6.32$ meter
d. Ze hoort het $2^2 = 4$ keer zo zacht.

30a. maak de berekeningen $y : x^2$ bij de tabel, de uitkomst is steeds 0.3 (afgerond)
Vandaar de formule: $A = 0.3\,l^2$ **b.** $200 = 0.3\,l^2 \Leftrightarrow l^2 = 666.7 \Leftrightarrow l = 25.8$ mm
31a. $H = aG^{0.67}$ vul in H = 56, G = 10 dan volgt $a = 56 : 10^{0.67} = 12$, dus ***H = 12G***$^{0.67}$
Als je vervolgens in deze formule de getallen uit de tabel voor G invult, krijg je steeds de uitkomsten H.
b. $H = 12 * 60^{0.67}$ dus H = 186,4 gram